



2021 年湖北省义务教育学校教师招聘考试

数学专业知识（三）参考答案

一、单项选择题（共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

1. D

2. A 【解析】由正弦定理有 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$ ，可求得 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，又 $C = 90^\circ$ ，所以有 $\cos B = \sin A = \frac{1}{2}$ 。

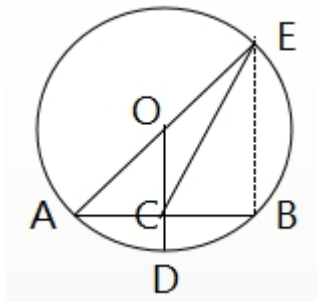
3. D 【解析】该组数据中有偶数个数，则中位数即为中间两个数 5, 6 的平均数，即 5.5。

4. C 【解析】两个集合的交集是两个集合都有的元素，都有的元素只有 3 和 7。

5. A 【解析】在等差数列中有， $S_9 = 9a_5, S_{15} = 15a_8$ ，则 $\frac{S_{15}}{3a_5} = \frac{15a_8}{\frac{1}{3}S_9} = \frac{15a_8}{a_8} = 15$ 。

6. C

7. D 【解析】连接 BE，设圆的半径为 r，则在 $\text{Rt} \triangle ACO$ 中，由勾股定理有 $r^2 = 4^2 + (r-2)^2$ ，可求出半径 $r=5$ ，则在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中可以由勾股定理求得 $BE=6$ ，则在 $\text{Rt} \triangle CBE$ 中由勾股定理有等式 $CE^2 = 4^2 + 6^2 = 52$ ，即 $CE = 2\sqrt{13}$ 。



8. A 【解析】即求阴影部分面积占正方形面积的比例。运用定积分知识可表示阴影部分面积为 $S_{\text{阴}} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 2 + \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{1}{x} dx = 1 + \ln x \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = 1 + \left(\ln 2 - \ln \frac{1}{2} \right) = 1 + 2 \ln 2$ ，又正方形的面积为 4，所以所求的概率为 $\frac{1 + 2 \ln 2}{4}$ 。

9. B 【解析】矩阵 A 为对角矩阵，对角矩阵的逆矩阵为对角线上各数倒数所组成的对应



的对角矩阵, 即 $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & \frac{1}{2} & \\ & & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ 。

10. C

11. A

12. D

二、填空题 (共 6 题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 5760 【解析】水彩画不放在两端, 即水彩画只能放在油画与国画的中间, 先对 4 幅油画全排列有 A_4^4 种, 再对 5 幅国画全排列有 A_5^5 种, 最后把 1 幅水彩画放在两种画中间的位置, 只有 1 种方法, 即有 $A_4^4 \times A_5^5 \times 1$ 种, 如果把油画与国画前后交换, 则又有 $A_4^4 \times A_5^5 \times 1$ 种, 即一共有 $A_4^4 \times A_5^5 \times 2 = 5760$ 种排列方式。

14. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 【解析】双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 抛物线 $y^2 = 2px$ 的准线方程为 $x = -\frac{p}{2}$ 。由题意可知, $\frac{b}{a} = \sqrt{3}$ ①, 抛物线的准线方程为 $x = -6$, 由双曲线的一个焦点在抛物线准线上可知, $a^2 + b^2 = c^2 = (-6)^2 = 36$ ②, 由①②即可求出 $a^2 = 9, b^2 = 27$, 所以双曲线方程为 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 。

15. $m > 4$ 【解析】由 $y = k(x+2)$ 得直线恒过定点 $(-2, 0)$, 因此可得点 $(-2, 0)$ 必在圆内或圆上, 故有 $(-2)^2 + 0^2 - 2m + 4 \leq 0$, 解得 $m \geq 4$; 又由方程表示圆的条件, 有 $m^2 - 4 \times 4 > 0$, 解得 $m > 4$ 或 $m < -4$ 。综上可知 $m > 4$ 。

16. -3 【解析】空间中的两个平面垂直, 则它们的法向量也垂直, 设 \vec{n}_1, \vec{n}_2 分别表示平面 α, β 的法向量, 则 $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$, 由两个平面的方程可知 $\vec{n}_1 = (-m, 7, -6), \vec{n}_2 = (1, -3m, 11)$, 则有等式 $-m - 21m - 66 = 0$, 求得 $m = -3$ 。



17. $\frac{8}{3}$ 【解析】 $\because A^{-1} = \frac{A^*}{|A|}$, $\therefore A^* - A^{-1} = A^* - \frac{A^*}{|A|} = A^* - \frac{A^*}{3} = \frac{2}{3}A^*$, 又

$$|kA^*| = k^n |A^*|, \therefore |A^* - A^{-1}| = \left| \frac{2}{3}A^* \right| = \left(\frac{2}{3} \right)^3 |A^*| = \frac{2^3}{3^3} |A|^{3-1} = \frac{8}{3^3} \times 3^2 = \frac{8}{3}.$$

18. 主体, 组织者, 引导者, 合作者

三、解答题 (共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

19. $2 - \sqrt[3]{4}$ 【解析】令 $kx = 2x - x^2$, 求出 $x_1 = 0, x_2 = 2 - k$, 即图中的抛物线与直线交点的横坐标为 $2 - k$, 又抛物线与 x 轴的两个交点分别为 $(0, 0), (2, 0)$, 运用定积分可列出等式 $\int_0^{2-k} (2x - x^2) dx = 2 \int_0^{2-k} [(2x - x^2) - kx] dx$, 分别求出等式两边定积分的值可得到等式 $\frac{4}{3} = \frac{1}{3}(2 - k)^3$, 解得 $k = 2 - \sqrt[3]{4}$ 。

20. 【解析】由题意知, ξ 可能的取值为 0, 1, 2, 3, 从甲、乙两个盒子内各任取 2 个球的总事件数为 $C_4^2 C_6^2 = 90$ 种。①当 $\xi = 0$ 时, 即取出的 4 个球全不是红球, 根据古典概型可求出一共有 $C_3^2 C_4^2 = 18$ 种; ②当 $\xi = 1$ 时, 即甲中取出 1 个红球, 1 个黑球, 乙中取出 2 个黑球; 或甲中取出 2 个黑球, 乙中取出 1 个红球, 1 个黑球, 一共有 $C_1^1 C_3^1 C_4^2 + C_3^2 C_2^1 C_4^1 = 42$ 种; ③当 $\xi = 3$ 时, 即甲中取出 1 个红球, 1 个黑球, 乙中取出 2 个红球, 一共有 $C_1^1 C_3^1 C_2^2 = 3$ 种; ④当 $\xi = 2$ 时, 一共有 $90 - 18 - 42 - 3 = 27$ 。

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{18}{90} = \frac{1}{5}$	$\frac{42}{90} = \frac{7}{15}$	$\frac{27}{90} = \frac{3}{10}$	$\frac{3}{90} = \frac{1}{30}$

$$\text{数学期望 } E(\xi) = 0 \times \frac{1}{5} + 1 \times \frac{7}{15} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{30} = \frac{7}{6}.$$

四、综合题 (共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 【参考答案】

(1) 一次函数属于《数学课程标准》中“数与代数”领域, 是最基本的、最简单的函数。



教材在前面首先安排了函数及正比例函数的内容，讨论了正比例函数的定义、图象、性质等，接着本节学习一次函数的定义、图象、性质和函数解析式，它既是对函数概念的进一步理解，又是特殊的一次函数——正比例函数到一般的一次函数的拓展，它还是今后继续学习“用函数观点看方程（组）与不等式”的基础，在本章中起着承上启下的作用。它也是将来学习二次函数，反比例函数的基础。本节教学内容还是学生进一步体会“函数思想”“类比思想”“数形结合思想”的很好素材。

(2) 教学目标：

知识与技能目标：能通过实例观察、比较、探索、归纳得出一次函数概念。能根据实际条件，分清两个变量间的关系，列出一一次函数解析式。

过程与方法目标：在经历一次函数概念的形成过程中，体会数学建模和特殊到一般的思想及类比思想，提高发现问题、解决问题的能力。

情感态度与价值观目标：体验函数与人类生活的密切联系，增强对函数学习的求知欲，体验数学充满着探索性和创造性，增强学习数学的兴趣。

教学重点、难点：

教学重点：一次函数的概念，能利用一次函数解决简单的实际问题。

教学难点：能根据具体条件写出一一次函数解析式。

(3) 引例：某登山队大本营所在地的气温为 5°C ，海拔每升高 1km 气温下降 6°C ，登山队员由大本营向上登高 $x\text{km}$ 时，他们所在的位置的气温是 $y^{\circ}\text{C}$ ，试写出 y 与 x 之间的关系式。

生： $y=-6x+5$

师： y 是 x 的函数吗？

生：是

师：我们看到实际问题中，两个变量之间的数量关系不总是 k 倍的关系，还有如引例中存在的数量关系。看下面问题中，变量间的对应关系可用怎样的函数表示？

1. 有人发现，在 $20\sim 25^{\circ}\text{C}$ 时蟋蟀每分钟鸣叫次数 C 与温度 $t (^{\circ}\text{C})$ 有关，即 C 的值约是 t 的 7 倍与 35 的差。

2. 一种计算成年人标准体重 $G(\text{kg})$ 的方法是，以厘米为单位量出身高值 h 减常数 105，所得差是 G 的值。

3. 某城市的市内电话的月收费额 y (元) 包括：月租费 22 元，拨打电话 x 分的计时费（按 0.1 元 / 分收取）。



4. 把一个长 10cm, 宽 5cm 的矩形的长减少 x cm, 宽不变, 矩形面积 y (cm^2) 随 x 的值而变化.

生: 1. $c=7t-35$; 2. $G=h-105$; 3. $y=0.01x+22$; 4. $y=-5x+50$ 。

师: 这四个关系式显然都是函数, 这些函数有什么共同的特点? 若把它们叫做一次函数, 你能类比正比例函数的定义给出一一次函数的定义吗?

生: (小组交流、探讨)

师: 提出本节课所学习的课题, 并用规范板书一次函数的概念, 强调概念中常量的范围。一般地, 形如 $y=kx+b$ (k 、 b 是常数, $k \neq 0$) 的函数, 叫做一次函数。当 $b=0$ 时, $y=kx+b$ 即 $y=kx$, 所以说正比例函数是一种特殊的一次函数。

22. 【参考答案】

(1) 我认为教师利用问题 1 引出分式方程 (概念) 并不恰当。分式方程的定义是: 分母里含有未知数的方程叫做分式方程。而教师在整个教学的过程中引导学生列出的算式 $(x \div 5 + 50) \times 4 = x$ 或者 $x \div 5 + 50 = \frac{x}{4}$, 看着有分数存在, 实际上都是整式方程, 并不是分式方程。所以教师利用问题 1 引出分式方程 (概念) 并不恰当。

(2) 本来是很简单的题目, 教师为了引入分式方程的概念, 强加转换学生的思维方式, 反而增加了题目的难度, 比如教师首先向学生提出: 想想看, 这个题目怎么解? 你怎么思考? 不一定马上给出答案, 告诉我你的思考过程。这个时候很快有学生提出: 先设每年计划招收 x 名学生, 如果教师能够按照学生的思路加以引导, 完全可以列出这样的更简单的方程 $4(x+50)=5x$, 这样也便于其他学生理解, 针对题目中的设置的问题 (南洋理工大学原计划招生多少中国学生) 也迎刃而解。

(3) 题目: 徒弟做 90 个零件与师傅做 120 个零件所用的时间相同, 已知徒弟每小时比师父少做 10 个; 问师徒二人每小时各做多少个?

解答: 若设徒弟每小时做 x 个, 则师傅每小时做 $(x+10)$ 个。

提问学生: 你认为哪一句话是列出方程的关键句? 相等关系是? 你能列出方程吗?

方程: $90/x=120/(x+10)$ 。

最后解出: $x=30$ 。